

**NORME
INTERNATIONALE
INTERNATIONAL
STANDARD**

**CEI
IEC**

60483

Première édition
First edition
1976-01

**Guide pour les mesures dynamiques
des céramiques piézoélectriques avec
coefficient de couplage électromécanique élevé**

**Guide to dynamic measurements of
piezoelectric ceramics
with high electromechanical coupling**



Numéro de référence
Reference number
CEI/IEC 60483: 1976

Numéros des publications

Depuis le 1^{er} janvier 1997, les publications de la CEI sont numérotées à partir de 60000.

Publications consolidées

Les versions consolidées de certaines publications de la CEI incorporant les amendements sont disponibles. Par exemple, les numéros d'édition 1.0, 1.1 et 1.2 indiquent respectivement la publication de base, la publication de base incorporant l'amendement 1, et la publication de base incorporant les amendements 1 et 2.

Validité de la présente publication

Le contenu technique des publications de la CEI est constamment revu par la CEI afin qu'il reflète l'état actuel de la technique.

Des renseignements relatifs à la date de reconfirmation de la publication sont disponibles dans le Catalogue de la CEI.

Les renseignements relatifs à des questions à l'étude et des travaux en cours entrepris par le comité technique qui a établi cette publication, ainsi que la liste des publications établies, se trouvent dans les documents ci-dessous:

- «Site web» de la CEI*
- **Catalogue des publications de la CEI**
Publié annuellement et mis à jour régulièrement
(Catalogue en ligne)*
- **Bulletin de la CEI**
Disponible à la fois au «site web» de la CEI* et comme périodique imprimé

Terminologie, symboles graphiques et littéraux

En ce qui concerne la terminologie générale, le lecteur se reportera à la CEI 60050: *Vocabulaire Electrotechnique International (VEI)*.

Pour les symboles graphiques, les symboles littéraux et les signes d'usage général approuvés par la CEI, le lecteur consultera la CEI 60027: *Symboles littéraux à utiliser en électrotechnique*, la CEI 60417: *Symboles graphiques utilisables sur le matériel. Index, relevé et compilation des feuilles individuelles*, et la CEI 60617: *Symboles graphiques pour schémas*.

* Voir adresse «site web» sur la page de titre.

Numbering

As from 1 January 1997 all IEC publications are issued with a designation in the 60000 series.

Consolidated publications

Consolidated versions of some IEC publications including amendments are available. For example, edition numbers 1.0, 1.1 and 1.2 refer, respectively, to the base publication, the base publication incorporating amendment 1 and the base publication incorporating amendments 1 and 2.

Validity of this publication

The technical content of IEC publications is kept under constant review by the IEC, thus ensuring that the content reflects current technology.

Information relating to the date of the reconfirmation of the publication is available in the IEC catalogue.

Information on the subjects under consideration and work in progress undertaken by the technical committee which has prepared this publication, as well as the list of publications issued, is to be found at the following IEC sources:

- **IEC web site***
- **Catalogue of IEC publications**
Published yearly with regular updates
(On-line catalogue)*
- **IEC Bulletin**
Available both at the IEC web site* and as a printed periodical

Terminology, graphical and letter symbols

For general terminology, readers are referred to IEC 60050: *International Electrotechnical Vocabulary (IEV)*.

For graphical symbols, and letter symbols and signs approved by the IEC for general use, readers are referred to publications IEC 60027: *Letter symbols to be used in electrical technology*, IEC 60417: *Graphical symbols for use on equipment. Index, survey and compilation of the single sheets* and IEC 60617: *Graphical symbols for diagrams*.

* See web site address on title page.

**NORME
INTERNATIONALE
INTERNATIONAL
STANDARD**

**CEI
IEC**

60483

Première édition
First edition
1976-01

**Guide pour les mesures dynamiques
des céramiques piézoélectriques avec
coefficient de couplage électromécanique élevé**

**Guide to dynamic measurements of
piezoelectric ceramics
with high electromechanical coupling**

© IEC 1976 Droits de reproduction réservés — Copyright - all rights reserved

Aucune partie de cette publication ne peut être reproduite ni utilisée sous quelque forme que ce soit et par aucun procédé, électronique ou mécanique, y compris la photocopie et les microfilms, sans l'accord écrit de l'éditeur.

No part of this publication may be reproduced or utilized in any form or by any means, electronic or mechanical, including photocopying and microfilm, without permission in writing from the publisher.

International Electrotechnical Commission
Telefax: +41 22 919 0300

3, rue de Varembe Geneva, Switzerland
e-mail: inmail@iec.ch IEC web site <http://www.iec.ch>



Commission Electrotechnique Internationale
International Electrotechnical Commission
Международная Электротехническая Комиссия

CODE PRIX
PRICE CODE

Q

Pour prix, voir catalogue en vigueur
For price, see current catalogue

SOMMAIRE

	Pages
PRÉAMBULE	4
PRÉFACE	4
Articles	
1. Domaine d'application	6
2. Introduction	6
3. Caractéristiques de l'admittance	6
4. Circuits équivalents	10
5. Relation entre le coefficient de couplage électromécanique et l'espacement relatif entre fréquences	10
6. Circuits pour la mesure des paramètres des résonateurs	12
7. Méthodes pour la mesure des paramètres des résonateurs	14
8. Méthodes pour la détermination des constantes des matériaux	16
9. Liste des symboles utilisés	16
BIBLIOGRAPHIE	20
TABLEAUX	21
FIGURES	26
ANNEXE A — Relations entre les constantes des matériaux	33

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 60483:1976

CONTENTS

	Page
FOREWORD	5
PREFACE	5
Clause	
1. Scope	7
2. Introduction	7
3. Admittance characteristics	7
4. Equivalent circuits	11
5. Relationship between the electromechanical coupling factor and the relative frequency spacing	11
6. Circuits for measuring resonator parameters	13
7. Methods for measuring resonator parameters	15
8. Methods for determining material constants	17
9. List of symbols used	17
BIBLIOGRAPHY	20
TABLES	21
FIGURES	26
APPENDIX A — Relationships between material constants	33

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 60483:1976

COMMISSION ÉLECTROTECHNIQUE INTERNATIONALE

**GUIDE POUR LES MESURES DYNAMIQUES
DES CÉRAMIQUES PIÉZOÉLECTRIQUES
AVEC COEFFICIENT DE COUPLAGE ÉLECTROMÉCANIQUE ÉLEVÉ**

PRÉAMBULE

- 1) Les décisions ou accords officiels de la CEI en ce qui concerne les questions techniques, préparés par des Comités d'Etudes où sont représentés tous les Comités nationaux s'intéressant à ces questions, expriment dans la plus grande mesure possible un accord international sur les sujets examinés.
- 2) Ces décisions constituent des recommandations internationales et sont agréées comme telles par les Comités nationaux.
- 3) Dans le but d'encourager l'unification internationale, la CEI exprime le vœu que tous les Comités nationaux adoptent dans leurs règles nationales le texte de la recommandation de la CEI, dans la mesure où les conditions nationales le permettent. Toute divergence entre la recommandation de la CEI et la règle nationale correspondante doit, dans la mesure du possible, être indiquée en termes clairs dans cette dernière.

PRÉFACE

La présente publication a été établie par le Comité d'Etudes n° 49 de la CEI: Dispositifs piézoélectriques pour la commande et le choix de la fréquence.

Un premier projet fut discuté lors de la réunion tenue à Paris en novembre 1971. A la suite de cette réunion, le projet, document 49(Bureau Central)75, fut soumis à l'approbation des Comités nationaux suivant la Règle des Six Mois en juin 1973.

Les pays suivants se sont prononcés explicitement en faveur de la publication:

Allemagne	Pologne
Belgique	Roumanie
Canada	Royaume-Uni
Danemark	Suisse
Etats-Unis d'Amérique	Turquie
France	Union des Républiques Socialistes Soviétiques
Israël	Yougoslavie
Italie	
Japon	

Autres publications de la CEI citées dans la présente publication:

- Publications n° 302: Définitions normalisées et méthodes de mesures pour les résonateurs piézoélectriques de fréquences inférieures à 30 MHz.
- 444: Méthode fondamentale pour la mesure de la fréquence de résonance et de la résistance série équivalente des quartz piézoélectriques par la technique de phase nulle dans le circuit en π .

INTERNATIONAL ELECTROTECHNICAL COMMISSION

**GUIDE TO DYNAMIC MEASUREMENTS
OF PIEZOELECTRIC CERAMICS
WITH HIGH ELECTROMECHANICAL COUPLING**

FOREWORD

- 1) The formal decisions or agreements of the IEC on technical matters, prepared by Technical Committees on which all the National Committees having a special interest therein are represented, express, as nearly as possible, an international consensus of opinion on the subjects dealt with.
- 2) They have the form of recommendations for international use and they are accepted by the National Committees in that sense.
- 3) In order to promote international unification, the IEC expresses the wish that all National Committees should adopt the text of the IEC recommendation for their national rules in so far as national conditions will permit. Any divergence between the IEC recommendation and the corresponding national rules should, as far as possible, be clearly indicated in the latter.

PREFACE

This publication has been prepared by IEC Technical Committee No. 49, Piezoelectric Devices for Frequency Control and Selection.

A first draft was discussed at the meeting held in Paris in November 1971. As a result of this meeting, the draft, Document 49(Central Office)75, was submitted to the National Committees for approval under the Six Months' Rule in June 1973.

The following countries voted explicitly in favour of publication:

Belgium	Romania
Canada	Switzerland
Denmark	Turkey
France	Union of Soviet
Germany	Socialist Republics
Israel	United Kingdom
Italy	United States of America
Japan	Yugoslavia
Poland	

Other IEC publications quoted in this publication:

- Publications Nos. 302: Standard Definitions and Methods of Measurement for Piezoelectric Vibrators Operating over the Frequency Range up to 30 MHz.
- 444: Basic Method for the Measurement of Resonance Frequency and Equivalent Series Resistance of Quartz Crystal Units by Zero Phase Technique in a π Network.

GUIDE POUR LES MESURES DYNAMIQUES DES CÉRAMIQUES PIÉZOÉLECTRIQUES AVEC COEFFICIENT DE COUPLAGE ÉLECTROMÉCANIQUE ÉLEVÉ

1. Domaine d'application

Ce guide s'applique aux mesures dynamiques des résonateurs à céramiques piézoélectriques. La Publication 302 de la CEI: Définitions normalisées et méthodes de mesures pour les résonateurs piézoélectriques de fréquences inférieures à 30 MHz, destinée principalement au cas des quartz, est aussi applicable à la mesure des résonateurs céramiques piézoélectriques. Il y a cependant deux différences importantes entre le cas des quartz et le cas des résonateurs céramiques.

Premièrement, les couplages électromécaniques élevés associés aux résonateurs céramiques entraînent une détermination des paramètres tout à fait différente de ceux des quartz. Deuxièmement, dans le cas des résonateurs céramiques, il est souvent nécessaire d'évaluer non seulement les paramètres du résonateur, mais aussi les constantes du matériau.

Ce guide a été établi pour compléter des publications existantes et accorde une attention particulière à ces deux points. Certaines autres caractéristiques des céramiques piézoélectriques, en particulier le vieillissement et les non-linéarités aux signaux élevés, n'entrent pas dans le domaine d'application de ce guide. Ces caractéristiques se rapportent à des effets de domaine dans les matériaux ferro-électriques et sont très complexes.

En introduction, un rappel des caractéristiques de l'admittance et des circuits équivalents des résonateurs céramiques vibrant en modes simples est suivi par les méthodes de détermination des paramètres d'un résonateur puis des constantes essentielles.

2. Introduction

Avant la polarisation, les matériaux céramiques ferro-électriques sont isotropes et ne possèdent pas d'effet piézoélectrique. Pour de petits signaux, des effets électrostrictifs ordinaires sont présents. Puisque pour des signaux élevés il y a aussi des effets d'hystérésis, une polarisation durable peut être obtenue par l'application de champs électriques intenses à température élevée pendant un certain temps qu'on appelle la polarisation rémanente. Les céramiques polarisées possèdent une réponse linéaire pour un signal d'entrée faible et de ce fait peuvent être considérées phénoménologiquement comme des cristaux piézoélectriques. Le terme «céramiques piézoélectriques» est utilisé pour les matériaux de ce genre.

Avant la polarisation rémanente, ces céramiques sont isotropes. Cependant, après la polarisation rémanente, la direction de polarisation donne un axe d'ordre de symétrie infini qui est choisi comme axe Z (ou 3). N'importe quelle direction perpendiculaire à l'axe Z peut être choisie comme axe X (ou 1).

Le tableau I montre une matrice des constantes élastiques, piézoélectriques et diélectriques des céramiques piézoélectriques polarisées; elle est identique à celle de la classe cristalline 6 mm (C_{6v}). Il y a cinq constantes élastiques, trois constantes piézoélectriques et deux constantes diélectriques indépendantes. Ces constantes ne sont valables que pour un signal d'entrée faible et dépendent non seulement du matériau, mais aussi du degré de polarisation et des effets de vieillissement de ce matériau. Pour des signaux plus élevés, des phénomènes de non-linéarité et d'hystérésis apparaîtront et des modifications permanentes des constantes pourront parfois se produire. C'est pourquoi il est important d'utiliser un signal faible pendant la mesure. L'évaluation des transducteurs céramiques pour des dispositifs de grande puissance, qui exige de tenir compte des effets de non-linéarité et des effets de domaine, n'entre pas dans le domaine d'application de ce guide.

3. Caractéristiques de l'admittance

Du fait de la symétrie d'ordre élevé des céramiques piézoélectriques, de nombreux modes de vibration habituellement utilisés en pratique peuvent être résolus par l'analyse. L'admittance d'un résonateur sans perte ayant des électrodes couvrant toute la lame piézoélectrique et vibrant en de tels modes peut être exprimée à l'aide de formules

GUIDE TO DYNAMIC MEASUREMENTS OF PIEZOELECTRIC CERAMICS WITH HIGH ELECTROMECHANICAL COUPLING

1. Scope

This guide relates to dynamic measurements of piezoelectric ceramic resonators. IEC Publication 302, Standard Definitions and Methods of Measurement for Piezoelectric Vibrators Operating over the Frequency Range up to 30 MHz, which is mainly intended for the case of quartz crystal units, is also applicable to the measurement of piezoelectric ceramic resonators. There are, however, two important differences between the case of quartz crystal units and the case of ceramic resonators.

Firstly, the high electromechanical coupling associated with ceramic resonators makes the determination of the parameters quite different from those of quartz crystal units. Secondly, not only resonator parameters but also material constants are frequently required to be evaluated in the case of ceramic resonators.

This guide has been compiled to supplement existing publications with particular attention to these two points. Certain other characteristics of piezoelectric ceramics are considered as beyond the scope of this guide, in particular, ageing and high signal non-linearities. These characteristics are related to domain effects in ferro-electrics and are very complex.

An introductory review of the admittance characteristics and equivalent circuits of ceramic resonators vibrating in simple modes is followed by methods for determining resonator parameters, and in turn material constants.

2. Introduction

Before poling, ferro-electric ceramic material is isotropic and shows no piezoelectric effect. For small applied signals, ordinary electrostrictive effects are present. Since for high signals there are also hysteresis effects, a lasting polarization can be obtained by the application of high electric fields at an elevated temperature for some time, which is called "poling". Poled ceramics show a linear response for a small input signal and hence can be phenomenologically treated as piezoelectric crystals. The term "piezoelectric ceramics" is used for such materials.

Before poling, these ceramics are isotropic. After poling, however, the direction of polarization yields an axis of an infinite order of symmetry, which is chosen as the Z (or 3) axis. Any direction perpendicular to the Z axis may be chosen as the X (or 1) axis.

Table I shows the elasto-piezoelectric-dielectric matrix of poled piezoelectric ceramics, which is the same as for the crystal class 6 mm (C_{6v}). There are five independent elastic, three independent piezoelectric and two independent dielectric constants. These constants are valid only for a small input signal and depend not only on the material, but also on the degree of poling and on ageing effects. For higher signals, non-linear and hysteresis characteristics will appear and sometimes permanent changes in constants may occur. Hence the use of a small signal during the measurement is important. The evaluation of ceramic transducers for high-power applications, which requires due consideration of non-linear effects and domain effects, is outside the scope of this guide.

3. Admittance characteristics

Because of the high order of symmetry of piezoelectric ceramics, many modes of vibration commonly used in practice can be solved analytically. The admittance of a loss-less resonator with full electrodes vibrating in such modes can be expressed by unified formulae with only three basic parameters — namely, the electromechanical

unifiées avec seulement trois paramètres principaux, c'est-à-dire : le facteur de couplage électromécanique, la capacité effective sous contrainte et, soit la fréquence de résonance série, soit la fréquence de résonance parallèle. Les formules sont valables pour une très large gamme de fréquences.

Il faut noter qu'il existe deux types de mode de vibration piézoélectrique, c'est-à-dire : le mode où la propagation de l'onde élastique est transversale et le mode où la propagation de l'onde élastique est parallèle au champ électrique excitateur. Les modes du premier type sont appelés modes non rigidifiés et ceux du deuxième type, modes rigidifiés. Cela est dû au fait que la rigidité élastique, déterminant la vitesse de l'onde dans les modes du deuxième type, augmente avec la réaction piézoélectrique. Les modes non rigidifiés sont habituellement les modes à fréquence basse et les modes rigidifiés sont les modes à fréquence haute.

A. Modes non rigidifiés

La figure 1, page 27, représente des résonateurs typiques vibrant suivant des modes non rigidifiés. Les noms des modes sont donnés au tableau II. Le champ électrique est transversal par rapport à la direction du mouvement de l'onde élastique et n'influence pas la forme de vibration. Cependant, les modes radiaux donnés à la figure 1d sont une exception car le champ électrique n'est pas transversal mais parallèle à la propagation de l'onde. Cela est une conséquence des approximations utilisées dans la théorie des couches minces. D'un autre côté, on peut considérer que la propagation de l'onde est circulaire avec un déplacement radial. Avec cette interprétation, le mode réalisé a, en fait, une propagation d'onde perpendiculaire au champ électrique.

L'admittance électrique Y d'un résonateur vibrant suivant un tel mode peut être exprimée par la formule suivante :

$$Y = j \omega C_D \left[1 + \frac{k^2}{1 - k^2} N(X) \right] \quad (1)$$

où k est le coefficient de couplage électromécanique et C_D est la capacité effective sous contrainte partielle.

La constante diélectrique ϵ_D , dérivée de la capacité effective sous contrainte par l'équation ci-après, peut être appelée constante diélectrique effective sous contrainte partielle.

$$C_D = \epsilon_D \frac{A}{t} \quad (2)$$

Sa valeur est comprise entre celle de la constante diélectrique libre à fréquence basse ϵ^T et celle de la constante diélectrique effective sous contrainte à fréquence haute ϵ^S .

$$\epsilon^T > \epsilon_D \geq \epsilon^S \quad (3)$$

Dans la formule (1), N est une fonction paire de la fréquence normalisée X , définie par l'équation suivante :

$$X = \frac{\omega d}{2v} = X_1 \frac{f}{f_s} \quad (4)$$

où ω est la pulsation, d la dimension déterminant la fréquence du résonateur, v la vitesse de phase de l'onde élastique, f la fréquence; f_s et X_1 sont la fréquence la plus basse de résonance série et sa valeur normalisée correspondante. Le tableau II donne un résumé de ces paramètres avec d'autres paramètres intéressants.

B. Modes rigidifiés

Dans le cas des modes rigidifiés, le champ électrique est parallèle à la direction du mouvement de l'onde élastique et influence la forme de vibration à travers les conditions électriques limites. La figure 2, page 27, représente des résonateurs typiques vibrant suivant des modes rigidifiés.

L'admittance d'un tel résonateur peut être exprimée par la formule suivante :

$$Y = \frac{j \omega C_D}{1 - k^2 N} \quad (5)$$

où :

$$N = \frac{\operatorname{tg} X}{X} \quad (6)$$

$$X = \frac{\omega d}{2v} \quad (7)$$

$$= \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f}{f_p} \quad (8)$$

coupling factor, the clamped capacitance, and either the series or parallel resonance frequency. The formulae are valid for a very wide frequency range.

It should be noted that there are two types of modes of piezoelectric vibration, namely, modes in which elastic wave propagation is transverse or parallel to the exciting electric field. Here modes of the former type are termed unstiffened modes and modes of the latter type, stiffened modes. This is because the elastic stiffness determining the wave velocity in the latter modes is increased due to piezoelectric reaction. The unstiffened modes are usually low-frequency modes and the stiffened modes are usually high-frequency modes.

A. Unstiffened modes

Figure 1, page 26, shows typical resonators vibrating in unstiffened modes. The names of modes are listed in Table II. The electric field is transverse to the direction of elastic wave motion, and has no effect on the shape of vibration. The radial modes shown in Figure 1d, however, are an exception because the electric field is not transverse but parallel to the wave propagation. This is a consequence of the approximation involved in the thin shell theory. Alternatively, the wave propagation can be considered as circumferential with a radial displacement. With this interpretation the mode does, in fact, have wave propagation perpendicular to the electric field.

The electrical admittance Y of a resonator vibrating in such a mode can be expressed by the following formula:

$$Y = j \omega C_D \left[1 + \frac{k^2}{1-k^2} N(X) \right] \quad (1)$$

where k is the electromechanical coupling factor and C_D is the partially clamped capacitance.

The dielectric constant ϵ_D , derived from the clamped capacitance by the following equation, may be called the partially clamped dielectric constant.

$$C_D = \epsilon_D \frac{A}{t} \quad (2)$$

Its value is between that of the low-frequency free dielectric constant ϵ^T and the high-frequency clamped dielectric constant ϵ^S .

$$\epsilon^T > \epsilon_D \geq \epsilon^S \quad (3)$$

In formula (1), N is an even function of the normalized frequency X , which is defined by the following equation:

$$X = \frac{\omega d}{2v} = X_1 \frac{f}{f_s} \quad (4)$$

where ω is the angular frequency, d is the frequency determining dimension of the resonator, v is the phase velocity of the elastic wave, f is the frequency, f_s and X_1 are the lowest series resonance frequency and its corresponding normalized value respectively. Table II summarizes these parameters together with other parameters of interest.

B. Stiffened modes

With stiffened modes, the electric field is parallel to the direction of elastic wave motion and affects the shape of vibration through the electrical boundary conditions. Figure 2, page 27, shows typical resonators vibrating in stiffened modes.

The admittance of such a resonator can be expressed by the following formula:

$$Y = \frac{j \omega C_D}{1-k^2 N} \quad (5)$$

where:

$$N = \frac{\tan X}{X} \quad (6)$$

$$X = \frac{\omega d}{2v} \quad (7)$$

$$= \frac{\pi}{2} \cdot \frac{f}{f_p} \quad (8)$$

La forme de la fonction N est commune pour tous les modes considérés. La fréquence est normalisée par la fréquence la plus basse de résonance parallèle f_p , à la place de la fréquence de résonance série. La tableau III résume les paramètres pour les modes rigidifiés.

4. Circuits équivalents

La fonction N dans les deux formules de l'admittance (1) et (5) a un nombre infini de pôles simples sur l'axe des fréquences réelles seulement. Le développement en série de la fonction N , en fractions rationnelles par rapport à ces pôles, donne un circuit équivalent du résonateur piézoélectrique.

Le circuit équivalent représenté à la figure 3, page 28, est valable pour les modes non rigidifiés. Les pôles correspondent aux fréquences de résonance. L'expression pour la capacité série dynamique C_n est donnée au tableau II. Dans le cas des modes rigidifiés, les pôles correspondent aux fréquences d'antirésonance. De cela on obtient le circuit équivalent représenté à la figure 4, page 28.

La capacité série dynamique C_n a la forme suivante:

$$C_n = C_D k^2 \frac{8}{\pi^2 (2n-1)^2} \quad (9)$$

En variante, le circuit équivalent de la figure 4 peut être représenté sous la même forme que le circuit de la figure 3. Cependant, l'expression de la capacité dynamique et de l'inductance dynamique devient plus complexe.

En pratique, le résonateur a diverses sources de pertes. Bien qu'il n'y ait pas d'expressions exactes pour ces pertes, l'approximation suivante est satisfaisante pour la plupart des applications. Les pertes mécaniques ou de vibration sont exprimées par le facteur de surtension à chaque résonance. En variante, une résistance est insérée dans chaque branche des circuits équivalents représentés aux figures 3 et 4. Parfois, une autre résistance est ajoutée en parallèle avec la sortie du circuit équivalent, pour représenter les pertes diélectriques, bien que sa valeur dépende de la fréquence. Bien que ce soit au-delà du domaine d'application de ce guide, il faut noter que les pertes mécaniques dépendent de l'amplitude de la contrainte mécanique et que la perte diélectrique dépend de l'amplitude du champ électrique.

La figure 5, page 28, représente le circuit équivalent classique d'un résonateur piézoélectrique qui est souvent utilisé. Ce circuit peut être considéré comme la forme simplifiée du circuit représenté aux figures 3 et 4. Il faut noter que la capacité parallèle dépend de la fréquence, car non seulement la capacité effective sous contrainte, mais aussi l'effet des résonances plus élevées sont incorporés. De ce fait, le circuit équivalent simplifié est d'une bonne précision au voisinage de la fréquence de résonance seulement. Puisque la fréquence de résonance série et la fréquence de résonance parallèle d'un résonateur céramique ayant un coefficient de couplage électromécanique élevé sont largement séparées, le circuit équivalent simplifié ne peut pas couvrir toute la gamme de fréquences intéressée.

5. Relation entre le coefficient de couplage électromécanique et l'espacement relatif entre fréquences

Les formules d'admittance (1) et (5) et leurs circuits équivalents, représentés aux figures 3 et 4 respectivement, sont valables pour une très large gamme de fréquences, mais il n'est pas toujours pratique de les utiliser pour le calcul du fait des fonctions transcendantes incorporées. C'est pourquoi il est préférable de disposer de formules approximatives ou de formes graphiques simples et faciles à manier, mais cependant assez précises pour la plupart des applications.

Une des plus importantes relations entre les paramètres d'un résonateur céramique est celle qui existe entre le facteur de couplage électromécanique et l'espacement relatif entre fréquences δ_r , qui est défini comme suit:

$$\delta_r = \frac{f_p - f_s}{f_s} \quad (10)$$

La figure 6, page 29, indique la relation pour divers modes. En variante, des formules approximatives pratiques peuvent être obtenues à partir du développement en série de la fonction N autour de son premier pôle, qui correspond respectivement à la fréquence de résonance série pour le mode non rigidifié et à la fréquence de résonance parallèle pour le mode rigidifié.

The form of the function N is common for all the modes under consideration. The frequency is normalized by the lowest parallel resonance frequency f_p , instead of the series resonance frequency. Table III summarizes the parameters for stiffened modes.

4. Equivalent circuits

The function N in both admittance formulae (1) and (5) has an infinite number of single poles only on the real frequency axis. An expansion of the function N into rational fractions related to these poles yields an electrical equivalent circuit of a piezoelectric resonator.

The equivalent circuit shown in Figure 3, page 28, holds for unstiffened modes. The poles correspond to resonance frequencies. The form of the series motional capacitance C_n is given in Table II. With stiffened modes, the poles correspond to anti-resonance frequencies. Hence the equivalent circuit shown in Figure 4, page 28, is obtained.

The series motional capacitance, C_n , has the following form:

$$C_n = C_D k^2 \frac{8}{\pi^2 (2n-1)^2} \quad (9)$$

Alternatively, the equivalent circuit shown in Figure 4 can be transformed into the same form as the circuit shown in Figure 3. The form of motional inductance and capacitance, however, becomes more complicated.

A resonator in practice has various sources of loss. Although exact expression of these losses is inaccessible, the following approximation is satisfactory for most applications. Mechanical or vibration losses are expressed by the Q factor of each resonance. Alternatively, a resistance is inserted in each series arm of equivalent circuits shown in Figures 3 and 4. Sometimes another resistance is added in parallel to the terminal of an equivalent circuit in order to represent dielectric loss although its value is frequency-dependent. Although beyond the scope of this guide, it must be noted that mechanical loss is dependent upon mechanical strain amplitude and dielectric loss is dependent upon electric field amplitude.

Figure 5, page 28, shows a conventional equivalent circuit of a piezoelectric resonator which is often used. This circuit may be considered as a simplified form of the circuit shown in Figures 3 and 4. It should be noted that the parallel capacitance is frequency-dependent, because not only the clamped capacitance but also the effect of higher resonances is included. Hence the simplified equivalent circuit maintains a good accuracy only in the vicinity of the resonant frequency. Since the series resonance frequency and the parallel resonance frequency of a ceramic resonator with high electromechanical coupling are widely separated, the simplified equivalent circuit cannot cover the entire frequency range of interest.

5. Relationship between the electromechanical coupling factor and the relative frequency spacing

Admittance formulae (1) and (5) and their equivalent circuits shown in Figures 3 and 4, respectively, are valid for a very wide frequency range, but it is not always convenient to use them for calculation because of the transcendental functions involved. Hence it is desirable to have approximate formulae or graphical forms which are simple and easy to handle, but accurate enough for most applications.

One of the most important relationships between parameters of a ceramic resonator is that between the electro-mechanical coupling factor and the relative frequency spacing δ_r , which is defined as follows:

$$\delta_r = \frac{f_p - f_s}{f_s} \quad (10)$$

Figure 6, page 29, shows the relationship for various modes. Alternatively, convenient approximate formulae can be obtained from the following expansion of the function N around its first pole, which corresponds to the series resonance frequency for an unstiffened mode and to the parallel resonance frequency for a stiffened mode, respectively.

$$N = \frac{c_{-1}}{\eta} + c_0 + c_1 \eta + c_2 \eta^2 + \simeq \frac{c_{-1}}{\eta} + c_0 \quad (11)$$

où:

$$\eta = \frac{X - X_1}{X_1} \quad (12)$$

Il s'avère que les deux premiers termes de la série seulement sont nécessaires pour couvrir la gamme de fréquences intéressée avec une bonne précision.

Dans le cas des modes non rigidifiés, la substitution de l'équation (11) dans la formule (1) donne la formule suivante:

$$\frac{1}{k^2} = \frac{a}{\delta_r} + b \quad (13)$$

où:

$$a = -c_{-1}, \quad b = 1 - c_0 \quad (14)$$

Les coefficients a et b dépendent du mode de vibration et sont donnés au tableau II. D'autre part, dans le cas des modes rigidifiés, la substitution de l'équation (11) dans la formule (5) donne la même formule que la formule (13). Les coefficients a et b sont communs pour tous les modes rigidifiés considérés comme suit:

$$\begin{aligned} a &= -c_{-1} = 0,405 \\ b &= c_0 - c_{-1} = 0,810 \end{aligned} \quad (15)$$

Les figures 7 et 8, page 30, montrent les erreurs de la formule approximative (13) en fonction du facteur de couplage pour les modes non rigidifiés et rigidifiés. On peut voir qu'une précision supérieure à 1% est obtenue dans la plupart des cas. A la figure 7b, les erreurs dans le mode radial pour le coefficient de Poisson de 0,1, 0,25 et 0,4 sont incluses lorsque les coefficients a et b donnés pour le coefficient de Poisson de 0,3 sont utilisés sans modification. On peut voir que les mêmes coefficients peuvent être utilisés avec une bonne précision pour une large gamme du coefficient de Poisson.

Lorsque le coefficient de couplage électromécanique est faible, on peut négliger le deuxième terme b de la formule approximative devant le premier terme. La formule est ainsi réduite sous la forme suivante, qui est largement utilisée pour les résonateurs ayant un coefficient de couplage électromécanique faible:

$$k^2 = \frac{\delta_r}{a} \quad (16)$$

Dans l'intention d'améliorer la précision de cette formule pour un coefficient de couplage électromécanique élevé, un développement en série de k^2 exprimé en fonction de δ_r , pour certains modes non rigidifiés, a été effectué. Mais trois termes ou plus sont nécessaires pour obtenir la précision de la formule (13). D'autres formules, qui ont été parfois utilisées, ont la forme suivante:

$$k^2 = \frac{1}{a'} \cdot \frac{f_p^2 - f_s^2}{f_p^2} \quad (17)$$

pour les modes non rigidifiés, et

$$\frac{k^2}{1 - k^2} = \frac{1}{a''} \cdot \frac{f_p^2 - f_s^2}{f_s^2} \quad (18)$$

pour les modes rigidifiés où a' et a'' sont des constantes qui dépendent du mode de vibration.

L'utilisation de ces formules entraîne un calcul des carrés de la fréquence qui n'est pas commode dans la pratique.

6. Circuits pour la mesure des paramètres des résonateurs

La méthode de mesure par transmission décrite dans la Publication 302 de la CEI peut être utilisée pour la détermination des fréquences de résonance série et de résonance parallèle d'un résonateur céramique. La figure 9, page 31, représente un circuit de mesure qui donne la fréquence d'admittance maximale f_m et la fréquence d'admittance minimale f_n . Une méthode perfectionnée utilisant un phasemètre à la place d'un voltmètre est décrite dans la Publication 444 de la CEI: Méthode fondamentale pour la mesure de la fréquence de résonance et de la résistance série équivalente des quartz piézoélectriques par la technique de phase nulle dans le circuit en π ; elle donne la fréquence de résonance f_r et la fréquence de l'antirésonance f_a à l'écart de phase nulle.

$$N = \frac{c_{-1}}{\eta} + c_0 + c_1 \eta + c_2 \eta^2 + \simeq \frac{c_{-1}}{\eta} + c_0 \quad (11)$$

where:

$$\eta = \frac{X - X_1}{X_1} \quad (12)$$

It has been found that only the first two terms of the expansion are needed to cover the frequency range of interest with good accuracy.

In the case of unstiffened modes, the substitution of equation (11) in formula (1) yields the following formula:

$$\frac{1}{k^2} = \frac{a}{\delta_r} + b \quad (13)$$

where:

$$a = -c_{-1}, \quad b = 1 - c_0 \quad (14)$$

The coefficients a and b depend on the mode of vibration and are given in Table II. On the other hand, in the case of stiffened modes, the substitution of equation (11) in formula (5) yields the same formula as formula (13). The coefficients a and b are common for all the stiffened modes under consideration as follows:

$$\begin{aligned} a &= -c_{-1} = 0.405 \\ b &= c_0 - c_{-1} = 0.810 \end{aligned} \quad (15)$$

Figures 7 and 8, page 30, show errors of the approximate formula (13) as functions of the coupling factor for unstiffened and stiffened modes, respectively. It can be seen that an accuracy better than 1% is obtained for most cases. In Figure 7b, errors in the radial mode for the Poisson ratio of 0.1, 0.25 and 0.4 are included, when the coefficients a and b given for the Poisson ratio of 0.3 are used without a modification. It can be seen that the same coefficients can be used with good accuracy for a wide range of Poisson's ratio.

When the electromechanical coupling factor is low, the second term b of the approximate formula can be neglected in comparison with the first term. Hence the formula is reduced to the following form which has been extensively used for resonators with low electromechanical coupling:

$$k^2 = \frac{\delta_r}{a} \quad (16)$$

In order to improve the accuracy of this formula for a high coupling, a power-series expansion of k^2 in terms of δ_r for certain unstiffened modes has been derived. But three terms or more are required in order to match the accuracy of formula (13). Other formulae, which have been used sometimes, have the following form:

$$k^2 = \frac{1}{a'} \cdot \frac{f_p^2 - f_s^2}{f_p^2} \quad (17)$$

for unstiffened modes, and

$$\frac{k^2}{1 - k^2} = \frac{1}{a''} \cdot \frac{f_p^2 - f_s^2}{f_s^2} \quad (18)$$

for stiffened modes where a' and a'' are constants which depend on the mode of vibration.

The use of these formulae involves the calculation of squares of frequency which is not convenient in practice.

6. Circuits for measuring resonator parameters

The transmission method described in IEC Publication 302 can be used for the determination of series and parallel resonance frequencies of a ceramic resonator. Figure 9, page 31, shows the measuring circuit which yields the frequency of maximum admittance f_m and the frequency of minimum admittance f_n . An improved method using a phase meter instead of a voltmeter, described in IEC Publication 444, Basic Method for the Measurement of Resonance Frequency and Equivalent Series Resistance of Quartz Crystal Units by Zero Phase Technique in a π -Network, yields the resonance frequency f_r and the anti-resonance frequency f_a of zero phase shift.

Ni la paire des fréquences (f_m, f_n) ni la paire (f_r, f_a) ne sont exactement égales à la paire (f_s, f_p) qui est définie par un résonateur sans pertes et est utilisée dans les formules des articles précédents. Les corrections applicables peuvent être trouvées dans la publication précitée. Elles peuvent être négligées quand le résonateur a un facteur de mérite assez élevé, par exemple 20. Dans tous les cas $(f_n - f_m) > (f_p - f_s) > (f_a - f_r)$.

La résistance de charge R_T de la figure 9, page 31, doit être inférieure à l'impédance minimale du résonateur essayé. Cette exigence est souvent difficile à réaliser compte tenu de l'impédance souvent faible des résonateurs céramiques. Pour surmonter cette difficulté, une variante de circuit représentée à la figure 10, page 31, peut être utilisée. La résistance R_S doit être supérieure à l'impédance maximale du résonateur afin que la chute de tension sur le résonateur puisse être mesurée à courant sensiblement constant. Le voltmètre doit avoir une entrée à résistance très élevée, et la capacitance d'entrée doit être prise en considération. Les fréquences de la chute de tension minimale et maximale peuvent être identifiées avec f_m et f_n , respectivement. Le circuit de la figure 10 peut être utilisé pour mesurer f_m et le circuit de la figure 9 pour mesurer f_n . Cela permet un choix moins restreint des paramètres du circuit.

La résistance série dynamique peut être déterminée par une méthode de remplacement à la fréquence de résonance comme décrit dans la publication précitée.

La capacité libre C_T peut être mesurée à une fréquence assez inférieure à la résonance la plus basse, par exemple 1 kHz, par un pont de capacité. Cependant, il faut tenir compte du fait que des effets d'inertie des domaines rendent la capacité libre dépendante de la fréquence.

7. Méthodes pour la mesure des paramètres des résonateurs

Des trois paramètres principaux d'un résonateur céramique, la fréquence de résonance série ou parallèle est tirée des mesures directes de f_m ou f_r d'une part et de f_n ou f_a d'autre part. Cependant, il faut faire particulièrement attention à la variation de la fréquence.

Le coefficient de couplage électromécanique est habituellement déterminé à partir de l'espacement relatif entre fréquences en utilisant la figure 6 ou la formule (13).

La capacité effective sous contrainte peut être déterminée à partir de la capacité libre mesurée et du coefficient de couplage électromécanique.

Dans la pratique, la mesure des fréquences de résonance parallèle des résonateurs céramiques est plus complexe que celle des fréquences de résonance série. C'est particulièrement valable dans le cas des résonateurs vibrant suivant le mode d'épaisseur car la présence de modes indésirables masque les résonances parallèles. Quoique les modes indésirables soient gênants dans la mesure des fréquences de résonance série, la réponse la plus forte a habituellement lieu au voisinage étroit de la fréquence de résonance série idéale. Une autre difficulté pendant la mesure de f_p pour le mode (c) du tableau III est que la capacité du résonateur est basse et que la capacité parasite diminue les valeurs mesurées de f_a ou f_n .

Par conséquent, une méthode exigeant seulement la mesure des fréquences de résonance série a un avantage pratique. Dans le cas des modes non rigidifiés, une application du développement série (11) donne une telle méthode. Dans cette méthode, les fréquences de résonance série sont mesurées avant et après l'insertion d'une capacité de charge connue C_L en série avec le résonateur. La condition de résonance est donnée par l'équation suivante:

$$Y + j\omega C_L = 0 \quad (19)$$

La substitution de (1) et (11) dans l'équation ci-dessus donne l'équation suivante:

$$\left(\frac{1}{k^2} - 1\right) \left(1 + \frac{C_L}{C_D}\right) = \frac{a}{\eta} + (b-1) \quad (20)$$

De là, la valeur réciproque de l'écart d'une fréquence de résonance série due à la capacité série est linéairement liée à la valeur de cette capacité. La figure 11, page 31, montre un graphique schématique d'une relation linéaire. On peut voir que non seulement le facteur de couplage électromécanique, mais aussi la capacité effective sous contrainte peuvent être déterminés à partir des points A et B, respectivement. Bien que deux mesures soient suffisantes pour le graphique, un contrôle et une amélioration de la précision peuvent être obtenus par des mesures additionnelles. Pour obtenir la meilleure précision, il est recommandé d'utiliser une valeur de C_L approximativement égale à la valeur de C_D .

Neither the frequency pair (f_m, f_n) nor the pair (f_r, f_a) is exactly equal to the pair (f_s, f_p) , which is defined for a loss-less resonator and used in formulae in preceding clauses. Applicable corrections can be found in the above-mentioned publication. They may be neglected when a resonator has a reasonably high figure of merit, for example 20. In all cases $(f_n - f_m) > (f_p - f_s) > (f_a - f_r)$.

The terminating resistance R_T in Figure 9, page 31, should be lower than the minimum impedance of the resonator under test. This requirement is often difficult to meet because the impedance of ceramic resonators is usually low. In order to overcome this difficulty, an alternative circuit shown in Figure 10, page 31, may be used. The resistance R_s should be larger than the maximum impedance of a resonator, so that the voltage drop on the resonator driven by an essentially constant current source can be measured. The voltmeter should have a very high resistive input and the input capacity should be accounted for. The frequencies of minimum and maximum voltage drop may be identified with f_m and f_n , respectively. The circuit in Figure 10 can be used to measure f_m and the circuit in Figure 9 to measure f_n ; this makes the choice of circuit parameters less restrictive.

The motional series resistance can be determined by a substitution method at the resonance frequency as described in the above-mentioned publication.

The free capacitance C_T can be measured at a frequency well below the lowest resonance, for example 1 kHz, by a capacitance bridge. However, account should be taken of the fact that, due to domain inertia effects, the free capacitance is frequency-dependent.

7. Methods for measuring resonator parameters

Of the three basic parameters of a ceramic resonator, the series or the parallel resonance frequency is determined from direct measurement of f_m or f_r on the one hand, or f_n or f_a on the other. Proper attention to frequency variation must, however, be paid.

The electromechanical coupling factor is usually determined from the measured relative frequency spacing using either Figure 6 or formula (13).

The clamped capacitance can be determined from the measured free capacitance and the electromechanical coupling factor.

In practice, as regards ceramic resonators, the measurement of parallel resonance frequencies is more difficult than the measurement of series resonance frequencies. This is especially true in the case of thickness mode resonators, because the presence of unwanted modes obscures parallel resonances. Although unwanted modes are also troublesome in the measurement of series resonance frequencies, the strongest response usually occurs very close to the ideal series resonance frequency. Another difficulty in measuring f_p for mode (c) of Table III is that resonator capacitance is low and stray capacitance lowers measured values of f_a or f_n .

Hence, a method requiring only the measurement of series resonance frequencies has a practical advantage. In the case of unstiffened modes, an application of the expansion (11) yields such a method. In this method, series resonance frequencies are measured before and after the insertion of a known load capacitance C_L in series with the resonator. The condition for resonance is given by the following equation:

$$Y + j\omega C_L = 0 \quad (19)$$

The substitution of (1) and (11) in the above equation yields the following equation:

$$\left(\frac{1}{k^2} - 1\right)\left(1 + \frac{C_L}{C_D}\right) = \frac{a}{\eta} + (b-1) \quad (20)$$

Hence, the reciprocal of the shift in series resonance frequency due to the series capacitance is linearly related to the value of the capacitance. Figure 11, page 31, shows a schematic plot of this linear relationship. It can be seen that both the electromechanical coupling factor and the clamped capacitance can be determined from the points A and B, respectively. Although two measurements are sufficient for the plot, a check and an improvement of accuracy can be obtained by additional measurements. In order to obtain the best accuracy, it is recommended to use the value of C_L roughly equal to the value of C_D .

Dans le cas des modes rigidifiés, le facteur de couplage électromécanique peut être déterminé à partir du rapport entre la fréquence de résonance série des partiels et la fréquence de résonance fondamentale, cela parce que le rapport s'écarte considérablement de la série des nombres entiers impairs habituels lorsque le coefficient de couplage électromécanique devient élevé.

Le tableau IV donne des relations nécessaires pour le calcul. Cette méthode convient bien aux modes d'épaisseur avec un coefficient de couplage élevé représentés à la figure 2a, d et e, page 27, mais elle ne convient pas au mode d'extension de largeur et au mode d'élongation représentés respectivement à la figure 2b et c. C'est parce que l'influence des dimensions finies du spécimen est différente pour ces deux cas. Pour les modes d'épaisseur, l'effet de la surface finie d'une plaque est moins significatif pour les modes partiels que pour les modes fondamentaux, alors que pour les modes de largeur et de longueur l'influence de la section transversale finie est plus significative pour les modes partiels que pour le mode fondamental. De ce fait, la méthode conventionnelle mesurant à la fois la fréquence de résonance série et la fréquence de résonance parallèle est mieux appropriée aux deux derniers modes.

8. Méthodes pour la détermination des constantes des matériaux

Il existe des combinaisons différentes de modes qui sont convenables pour la détermination des constantes des matériaux à partir des paramètres des résonateurs.

Un choix pratique est une combinaison: (1) du mode radial représenté à la figure 1g, page 26; (2) du mode d'extension d'épaisseur représenté à la figure 2a; (3) du mode d'élongation représenté à la figure 2c; (4) du mode de cisaillement d'épaisseur représenté à la figure 2d ou e. Les deux premiers modes peuvent être excités dans une plaque circulaire unique. Il faut noter, cependant, que ce schéma ne peut pas mener à un nombre de paramètres normalisés parce qu'il peut y avoir certaines différences du niveau de polarisation, de la densité ou des autres paramètres entre des éléments individuels d'une composition céramique donnée. Ce problème concerne particulièrement les céramiques, et n'existe pas dans le cas des cristaux non ferro-électriques.

Les constantes diélectriques libres ϵ_{11}^T et ϵ_{33}^T peuvent être obtenues à partir de la mesure de la capacité parallèle C_T des résonateurs selon les modes (4) et (1), respectivement, à fréquence basse, par exemple 1 kHz. Les mesures directes des constantes diélectriques effectives sous contrainte à fréquence élevée ne sont pas recommandées car la présence de modes indésirables et des inductances de sorties rend difficile l'obtention de données exactes.

La figure 12, page 32, représente les procédures successives pour obtenir un groupe complet des constantes ϵ^T , s^E et d . D'autres constantes peuvent être calculées en utilisant les relations données dans l'annexe A.

Le coefficient planaire de Poisson $\sigma_p^E = -s_{12}^E/s_{11}^E$ est un paramètre important (voir la figure 7, page 30) et peut être obtenu à partir du rapport entre fréquences de résonance d'un mode non axisymétrique et le mode fondamental radial dans une plaque circulaire; celle-ci peut être excitée en divisant une électrode et en appliquant la tension entre ces deux parties, l'électrode non divisée sur l'autre face restant non connectée. Le tableau V donne un rapport des fréquences de résonance pour des valeurs différentes du coefficient de Poisson. La notation $((n, m))$ décrit le $m^{\text{ème}}$ mode d'ordre circonférentiel n . La valeur X_R est aussi donnée dans le tableau, qui définit la fréquence de résonance série fondamentale du mode radial par la formule:

$$f_s = \frac{X_R}{\pi_d} \left[\rho s_{11}^E (1 - \sigma_p^E) \right]^{-1/2} \quad (21)$$

Bien que la position de la ligne de division ne soit pas critique, il est recommandé qu'elle passe par le point milieu d'un rayon comme le représente la figure 13, page 32, cela parce qu'à la fois le mode $((1, 1))$ et le mode $((2, 2))$ peuvent être fortement excités.

9. Liste des symboles utilisés

- c = (avec deux indices) rigidité élastique
- c = (avec un indice) coefficient de développement en série dans l'équation (11)
- d = (sans indice) dimension déterminant la fréquence
- d = (avec indices) module piézoélectrique
- e = constante piézoélectrique
- f = fréquence

In the case of stiffened modes, the electromechanical coupling factor can be determined from the ratio of the overtone series resonance frequency and the fundamental resonance frequency. This is because the ratio substantially departs from the usual odd integers when the electromechanical coupling factor becomes large.

Table IV gives necessary relationships for calculation. This method is well suited to the thickness modes with high coupling shown in Figure 2a, *d* and *e*, page 27, but not to the width-extensional and the length-longitudinal modes shown in Figure 2b and *c* respectively. This is because the influence of finite sample dimensions is different for the two cases. For the thickness modes, the effect of the finite area of a plate is less significant for the overtone modes than for the fundamental modes, whereas for the width and the length modes the effect of the finite cross-section is more significant for the overtone modes than for the fundamental mode. Hence the conventional method measuring both series and parallel resonance frequencies is better suited to the latter two modes.

8. Methods for determining material constants

There are various combinations of modes which are suitable for determining material constants from resonator parameters.

A convenient choice is the combination of (1) the radial mode in Figure 1g, page 26; (2) the thickness extensional mode in Figure 2a, (3) the length-longitudinal mode in Figure 2c, and (4) the thickness shear mode in Figure 2d or *e*. The first two modes can be excited in a single circular plate. It should be noted, however, that this scheme may not lead to a completely normalized set of parameters because there may be some differences in poling level, density or other parameters between individual elements of a given ceramic composition. This is a problem peculiar to ceramics, which does not exist with non-ferro-electric crystals.

The free dielectric constants ϵ_{11}^T and ϵ_{33}^T can be obtained from the measurement of parallel capacitance C_T of the resonators according to modes (4) and (1) respectively, at a low frequency, for example 1 kHz. Direct measurements of clamped dielectric constants at a high frequency are not recommended because the presence of unwanted modes and lead inductances makes it difficult to obtain reliable data.

Figure 12, page 32, shows step-by-step procedures to obtain a complete set of ϵ^T , s^E and d constants. Other constants can be calculated using the relationship given in Appendix A.

The planar Poisson's ratio $\sigma_p^E = -s_{12}^E/s_{11}^E$ is an important parameter (see Figure 7, page 30) and can be obtained from the ratio of resonance frequencies of a non-axisymmetric mode and the fundamental radial mode in a circular plate, which can be excited by splitting one electrode and applying the voltage across the two parts, leaving the unsplit electrode of the other side on the float. Table V gives the ratio of resonance frequencies for different values of Poisson's ratio. The notation $((n, m))$ stands for the m th mode of the circumferential order of n . In the table, the value of X_R is also included which yields the fundamental resonance frequency of the radial mode by the following formula:

$$f_s = \frac{X_R}{\pi_d} \left[\rho s_{11}^E (1 - \sigma_p^E) \right]^{-1/2} \quad (21)$$

Although the location of the split line is not critical, the passing through the mid-point of a radius as shown in Figure 13, page 32, is recommended. This is because both $((1, 1))$ and $((2, 2))$ modes can be strongly excited.

9. List of symbols used

- c = (with two subscripts) stiffness
- c = (with one subscript) expansion coefficient in equation (11)
- d = (without subscript) frequency-determining dimension
- d = (with subscripts) piezoelectric constant
- e = piezoelectric constant
- f = frequency

f_a	= fréquence d'antirésonance
f_m	= fréquence à impédance minimale (admittance maximale)
f_n	= fréquence à impédance maximale (admittance minimale)
f_r	= fréquence de résonance
f_s	= fréquence de résonance (série) dynamique
f_p	= fréquence de résonance parallèle
g	= constante piézoélectrique
h	= constante piézoélectrique
k	= coefficient de couplage électromécanique
n	= ordre d'un partiel
s	= compliance
v	= vitesse de phase dans l'équation (4) et la formule (7)
C_0	= capacité parallèle dépendant de la fréquence dans le circuit équivalent simplifié
C_D	= capacité effective sous contrainte partielle
C_L	= capacité de charge
C_n	= capacité dynamique dans la formule (9)
C_s	= capacité effective sous contrainte
C_T	= capacité libre
D	= déplacement électrique
E	= intensité du champ électrique
N	= fonction apparue dans les formules (1) et (5) et définie respectivement dans le tableau II et la formule (6)
S	= contrainte
T	= tension
X	= fréquence normalisée dans l'équation (4) et la formule (7)
X_R	= fréquence normalisée dans la formule (21)
β	= imperméabilité diélectrique
δ_r	= espacement relatif entre fréquences dans la formule (10)
ε	= constante diélectrique
η	= écart de fréquence normalisé dans la formule (12)
ρ	= densité
σ_p^E	= coefficient planaire de Poisson
Δ	= erreur dans la formule (13)

f_a	= anti-resonance frequency
f_m	= frequency of minimum impedance (maximum admittance)
f_n	= frequency of maximum impedance (minimum admittance)
f_r	= resonance frequency
f_s	= motional (series) resonance frequency
f_p	= parallel resonance frequency
g	= piezoelectric constant
h	= piezoelectric constant
k	= electromechanical coupling factor
n	= overtone order
s	= compliance
v	= phase velocity in equation (4) and formula (7)
C_0	= frequency-dependent parallel capacitance in simplified equivalent circuit
C_D	= partially clamped capacitance
C_L	= load capacitance
C_n	= motional capacitance in formula (9)
C_s	= clamped capacitance
C_T	= free capacitance
D	= electric displacement
E	= electric field strength
N	= function appeared in formulae (1) and (5) and defined in Table II and formula (6), respectively
S	= strain
T	= stress
X	= normalized frequency in equation (4) and formula (7)
X_R	= normalized frequency in formula (21)
β	= dielectric impermeability
δ_r	= relative frequency spacing in formula (10)
ε	= dielectric constant
η	= normalized frequency deviation in formula (12)
ρ	= density
σ_p^E	= planar Poisson's ratio
Δ	= error of formula (13)

IECNORM.COM : Click to view the full PDF of IEC 60483:1976

BIBLIOGRAPHIE

Ouvrages

- [1] W. C. Gady *Piezoelectricity*, McGraw-Hill Book Co., Inc., New York, London, 1946.
- [2] R. Holland and E. P. EerNisse *Design of Resonant Piezoelectric Devices*, MIT Press, 1969.
- [3] H. W. Katz, ed. *Solid State Magnetic and Dielectric Devices*, John Wiley and Sons, New York, 1959.
- [4] W. P. Mason *Electromechanical Transducers and Wave Filters*, 2nd ed., D. Van Nostrand, Princeton, 1948.
Piezoelectric Crystals and Their Application to Ultrasonics, D. Van Nostrand, Princeton, 1950.
- [5] W. P. Mason, ed. *Physical Acoustics*, vol. 1, Part A. Academic Press, New York, 1964.
- [6] W. P. Mason *Crystal Physics of Interaction Processes*, Academic Press, New York, 1966.
- [7] J. F. Nye *Physical Properties of Crystals*, Oxford University Press, 1957.

Articles spécialisés

- [1] H. G. Baerwald *Electrical Admittance of a Circular Ferro-electric Disc*, Tech. Rep. No. 3, Off. Nav. Res. Nonr 1055(00) (1955-1), PB 119233.
- [2] H. G. Baerwald *Eigen Coupling Factors and Principal Components, The Thermodynamic Invariants of Piezoelectricity*, IRE Int. Conv. Rec., vol. 8, Pt. 6, pp. 205-211 (1960).
- [3] A. Ballato *Resonance in Piezoelectric Vibrators*, Proc. IEEE, 58, pp. 149-151 (1970-1).
- [4] R. Bechmann *Elastic, Piezoelectric and Dielectric Constants of Polarized Barium Titanate Ceramics and Some Applications of the Piezoelectric Equations*, J.A.S.A. vol. 28, 3, pp. 347-350 (1956-5).
- [5] D. A. Berlincourt, C. Cmolik and H. Jaffe *Piezoelectric Properties of Polycrystalline Lead Titanate Zirconate Compositions*, Proc. IRE., vol. 48, pp. 220-229 (1960-2).
- [6] D. S. Campbell and A. M. MacSwan *The Coupling Factor of Piezoelectric Ceramic Discs*, Brit. Appl. Phys. vol. 12, pp. 188-192 (1961-4).
- [7] R. M. Glaister *Measurement of Coupling Coefficient and Q of Low-Q Piezoelectric Ceramics*, Brit. J. Appl. Phys. vol. 11, pp. 390-391 (1960-8).
- [8] R. Holland *Numerical Studies of Elastic Disk Contour Modes Lacking Axial Symmetry*, J.A.S.A. vol. 40, pp. 1051-1057 (1966-4).
- [9] R. Holland *Accurate Measurements of Piezoelectric Ceramics*, Trans. IEEE, SU-19, pp. 173-181 (1969-10).
- [10] *IRE Standard on Piezoelectric Crystals — The Piezoelectric Vibrator: Definitions and Methods of Measurement*, 1957 — Proc. IRE, vol. 45, pp. 353-358, March 1957.
- [11] *IRE Standard on Piezoelectric Crystals: Determination of Elastic, Piezoelectric and Dielectric Constants — The Electromechanical Coupling Factor*, 1958 — Proc. IRE, vol. 46, pp. 764-778, April 1958.
- [12] *IRE Standard on Piezoelectric Crystals: Measurements of Piezoelectric Ceramics*, 1961, Proc. IRE, vol. 49, pp. 1162-1169, July 1961.
- [13] G. E. Martin *Determination of Equivalent-Circuit Constants of Piezoelectric Resonators of Moderately Low-Q by Absolute-Admittance Measurements*, J.A.S.A., vol. 26, 3, pp. 413-420 (1954-5).
- [14] M. Marutake *Approximate Method of Calculating Electromechanical Coupling Factor*, Proc. IRE., vol. 49, p. 967 (1961-5).
- [15] M. Marutake *Approximate Method of Calculating Electromechanical Coupling Factor II*, Proc. IRE, vol. 50, pp. 214-215 (1962-2).
- [16] W. P. Mason and H. Jaffe *Methods for Measuring Piezoelectric, Elastic and Dielectric Coefficients of Crystal and Ceramics*, Proc. IRE., vol. 42, pp. 921-930 (1954-6).
- [17] G. W. McMachon *Measurement of Poisson's Ratio in Poled Ferroelectric Ceramic Discs*, Trans. IEEE., UE-10, pp. 102-103 (1963-9).
- [18] M. Onoe *Contour Vibrations of Isotropic Circular Plates*, J.A.S.A. vol. 28, pp. 1158-1162 (1956-11).
- [19] M. Onoe and A. H. Meitzler *Effect of Electromechanical Coupling on Characteristics of Piezoelectric Ceramic Transducers*, 4th ICA, No. 44 (1962-8).
- [20] M. Onoe, H. F. Tiersten and A. H. Meitzler *Shift in the Location of Resonant Frequencies Caused by Large Electromechanical Coupling in Thickness-Mode Resonators*, J.A.S.A. vol. 35, pp. 36-42 (1963-1).
- [21] M. Onoe and H. F. Tiersten *Resonant Frequencies of Finite Piezoelectric Ceramic Vibrators with High Electromechanical Coupling*, Trans. IEEE., UE-10, pp. 32-39 (1963-7).
- [22] M. Onoe and H. Jumonji *Useful Formulas for Piezoelectric Ceramic Resonators and Their Application to Measurement of Parameters*, J.A.S.A., vol. 41, pp. 974-980 (1967-4).
- [23] K. Shibayama *Measurement of Small Values of Electromechanical Coupling Coefficient in Piezoelectric Transducers*, J.A.S.A., vol. 34, pp. 1883-1886 (1962-12).
- [24] T. Yamada and N. Niizeki *Formulation of Admittance for Parallel Field Excitation of Piezoelectric Plates*, J. Appl. Phys., vol. 41, pp. 3604-3609 (1970-8).

BIBLIOGRAPHY

Books

Periodicals

TABLEAU I

*Matrice des constantes élastiques, piézoélectriques
et diélectriques des céramiques piézoélectriques*

$$\begin{cases} S = s^E T + d_t E \\ D = dT + \varepsilon^T E \end{cases}$$

$$\begin{cases} S = s^D T + g_t D \\ E = -g T + \beta^T D \end{cases}$$

[illegible]

où/where:

$$c_{66} = \frac{1}{2} (c_{11} - c_{12}), \quad s_{66} = 2 (s_{11} - s_{12})$$

TABLE I

Elasto-piezoelectric-dielectric matrix of piezoelectric ceramics

$$\left\{ \begin{array}{l} T = c^E S - e_t E \\ D = e S + \varepsilon^S E \end{array} \right.$$

$$\begin{cases} T = c^D S - h_t D \\ E = -h S + \beta^S D \end{cases}$$

[illegible]

où/where:

$$c_{66} = \frac{1}{2} (c_{11} - c_{12}), \quad s_{66} = 2 (s_{11} - s_{12})$$

Note. — Voir les autres informations sur la notation de la matrice (référence [10], page 20).

Note. — See further information on matrix notation in reference [10] on page 20.

TABLEAU II

Paramètres des résonateurs vibrant suivant les modes
non rigidifiés représentés à la figure 1

TABLE II

Parameters of resonators vibrating in unstiffened modes shown in Figure 1

Mode de vibration Mode	(a) Mode longitudinal de longueur (électrodes latérales) Length longitudinal (side electrodes)	(b) Mode d'extension de largeur Width extensional	(c) Mode d'extension de largeur (électrodes latérales) Width extensional (side electrodes)	(d) Mode radial anneau mince Radial thin ring	(f) Mode radial coquille sphérique mince Radial thin spherical shell	(g) Mode radial plaque circulaire Radial circular plate
$\varepsilon_D/\varepsilon_{33}^T = C_D/C_T$	$1 - k_{31}^2$	$1 - k_p^2$	$\left(1 - k_{33}^2\right) \left(\frac{t_2}{-k_{31}}\right)$	$1 - k_{31}^2$	$1 - k_p^2$	$1 - k_p^2$
k	k_{31}^t	k_{31}^w	k_{31}^t	k_{31}^t	k_p	k_p
N	$(\lg X)/X$ $(\tan X)/X$	$(\lg X)/X$ $(\tan X)/X$	$(\lg X)/X$ $(\tan X)/X$	$(1 - X^2)^{-1}$	$(1 - X^2)^{-1}$	$\frac{1 + \sigma_p^E}{j_1(X) - (1 - \sigma_p^E)}$
$\left[\rho \varepsilon_{11}^E\right] \frac{1}{2} \nu$	1	$\left[\frac{1}{1 - \sigma^2}\right] \frac{1}{2}$	$\left[\frac{1}{1 - B^2}\right] \frac{1}{2}$		$\left[2/(1 - \sigma)\right] \frac{1}{2}$	$\left[1/(1 - \sigma_p^E)\right] \frac{1}{2}$
X_1	$\pi/2$	$\pi/2$	$\pi/2$	1	1	$2,017$ $(\sigma_p^E = 0,25)$
$C_n/C_D \frac{k^2}{1 - k^2}$	$8/\pi^2 (2n - 1)^2$	$8/\pi^2 (2n - 1)^2$	$8/\pi^2 (2n - 1)^2$	1 $(n = 1 \text{ seulement})$ $(n = 1 \text{ only})$	1 $(n = 1 \text{ seulement})$ $(n = 1 \text{ only})$	$\frac{2(1 + \sigma_p^E)}{X_n^2 - (1 - \sigma_p^E)}$
a	0,405	0,405	0,405	0,5	0,5	0,399
b	0,595	0,595	0,595	0,75	0,75	0,581

$$X = \omega d / 2\nu \quad B = s_{13} / (s_{11}s_{33})^{\frac{1}{2}} \quad j_1(x) = xJ_0(x) / J_1(x)$$

$$k_{31}^w = \frac{k_{31}^l}{(1 - k_{31}^{l2})^{\frac{1}{2}}} \left\{ \frac{1 + \sigma}{1 - \sigma} \right\}^{\frac{1}{2}} \quad k_{31}^t = \frac{k_{31}^l - Bk_{33}^l}{\left[(1 - k_{33}^{l2}) (1 - B^2) \right]^{\frac{1}{2}}}$$

TABLEAU III

*Paramètres des résonateurs vibrant
suivant les modes rigidifiés représentés à la figure 2*

TABLE III

*Parameters of resonators vibrating in stiffened modes
shown in Figure 2*

Mode de vibration Mode Paramètres Parameters	(a) Mode d'extension d'épaisseur Thickness extensional	(b) Mode d'extension de largeur (électrodes latérales) Width extensional (side electrodes)	(c) Mode longitudinal de longueur (électrodes terminales) Length longitudinal (end electrodes)	(d) (e) Cisaillement d'épaisseur Thickness shear
ε_D	ε_{33}^S	$\varepsilon_{33}^{Tw} (1 - k_{33}^{w2})$	$\varepsilon_{33}^T (1 - k_{33}^{l2})$	ε_{11}^S
k	k_{33}^t	k_{33}^w	k_{33}^l	k_{15}^t
ν	$(c_{33}^D / \rho)^{\frac{1}{2}}$	$(\rho s_{33}^{Dw})^{-\frac{1}{2}}$	$(\rho s_{33}^D)^{-\frac{1}{2}}$	$(c_{44}^D / \rho)^{\frac{1}{2}}$

$$s_{33}^{Dw} = s_{33}^D - \left[(s_{13}^D)^2 / s_{11}^D \right],$$

$$k_{33}^w = \left\{ 1 + \left[s_{33}^{Dw} / \varepsilon_{33}^{Tw} (g_{33} - g_{31} s_{13}^D / s_{11}^D)^2 \right] \right\}^{-\frac{1}{2}}$$

$$\varepsilon_{33}^{Tw} = \varepsilon_{33}^T / \left[1 + (\varepsilon_{33}^T g_{31}^2 / s_{11}^D) \right]$$

TABLEAU IV

*Rapports de fréquence
donnés en fonction du coefficient de couplage*

k	f_3/f_1	f_5/f_1	f_7/f_1	k	f_3/f_1	f_5/f_1	f_7/f_1
0,00	3,0000	5,0000	7,0000	0,50	3,3438	5,6142	7,8756
0,01	3,0001	5,0001	7,0002	0,51	3,3617	5,6459	7,9208
0,02	3,0004	5,0007	7,0011	0,52	3,3803	5,6790	7,9679
0,03	3,0009	5,0017	7,0025	0,53	3,3998	5,7136	8,0171
0,04	3,0017	5,0031	7,0014	0,54	3,4201	5,7496	8,0683
0,05	3,0027	5,0048	7,0069	0,55	3,4414	5,7872	8,1218
0,06	3,0039	5,0070	7,0100	0,56	3,4636	5,8265	8,1777
0,07	3,0053	5,0095	7,0136	0,57	3,4868	5,8675	8,2360
0,08	3,0069	5,0125	7,0178	0,58	3,5110	5,9104	8,2970
0,09	3,0088	5,0158	7,0226	0,59	3,5364	5,9553	8,3608
0,10	3,0109	5,0196	7,0280	0,60	3,5630	6,0023	8,4276
0,11	3,0132	5,0237	7,0339	0,61	3,5909	6,0516	8,4976
0,12	3,0157	5,0283	7,0404	0,62	3,6202	6,1032	8,5709
0,13	3,0185	5,0333	7,0476	0,63	3,6509	6,1573	8,6479
0,14	3,0215	5,0387	7,0553	0,64	3,6832	6,2142	8,7287
0,15	3,0247	5,0446	7,0637	0,65	3,7172	6,2740	8,8136
0,16	3,0282	5,0508	7,0726	0,66	3,7529	6,3369	8,9029
0,17	3,0320	5,0575	7,0822	0,67	3,7906	6,4032	8,9970
0,18	3,0360	5,0647	7,0925	0,68	3,8304	6,4731	9,0963
0,19	3,0402	5,0723	7,1033	0,69	3,8725	6,5470	9,2011
0,20	3,0447	5,0804	7,1149	0,70	3,9169	6,6251	9,3118
0,21	3,0495	5,0890	7,1271	0,71	3,9641	6,7077	9,4292
0,22	3,0545	5,0980	7,1400	0,72	4,0141	6,7955	9,5536
0,23	3,0598	5,1076	7,1536	0,73	4,0674	6,8887	9,6858
0,24	3,0654	5,1176	7,1680	0,74	4,1240	6,9879	9,8265
0,25	3,0713	5,1282	7,1830	0,75	4,1846	7,0938	9,9766
0,26	3,0775	5,1393	7,1989	0,76	4,2493	7,2069	10,1370
0,27	3,0840	5,1509	7,2154	0,77	4,3187	7,3282	10,3089
0,28	3,0908	5,1631	7,2328	0,78	4,3934	7,4585	10,4935
0,29	3,0979	5,1758	7,2510	0,79	4,4739	7,5990	10,6925
0,30	3,1053	5,1891	7,2700	0,80	4,5609	7,7507	10,9075
0,31	3,1131	5,2031	7,2899	0,81	4,6554	7,9154	11,1407
0,32	3,1212	5,2176	7,3107	0,82	4,7584	8,0947	11,3946
0,33	3,1297	5,2328	7,3323	0,83	4,8711	8,2908	11,6722
0,34	3,1386	5,2487	7,3549	0,84	4,9951	8,5062	11,9772
0,35	3,1478	5,2652	7,3785	0,85	5,1321	8,7443	12,3141
0,36	3,1575	5,2824	7,4031	0,86	5,2846	9,0090	12,6887
0,37	3,1675	5,3004	7,4287	0,87	5,4554	9,3054	13,1080
0,38	3,1780	5,3191	7,4554	0,88	5,6484	9,6400	13,5813
0,39	3,1889	5,3386	7,4831	0,89	5,8685	10,0214	14,1207
0,40	3,2003	5,3589	7,5121	0,90	6,1225	10,4611	14,7425
0,41	3,2122	5,3800	7,5422	0,91	6,4194	10,9750	15,4690
0,42	3,2245	5,4020	7,5735	0,92	6,7727	11,5857	16,3323
0,43	3,2374	5,4249	7,6062	0,93	7,2017	12,3270	17,3799
0,44	3,2508	5,4488	7,6402	0,94	7,7371	13,2515	18,6862
0,45	3,2647	5,4736	7,6755	0,95	8,4300	14,4471	20,3755
0,46	3,2792	5,4995	7,7124	0,96	9,3742	16,0753	22,6753
0,47	3,2944	5,5264	7,7507	0,97	10,7658	18,4732	26,0620
0,48	3,3102	5,5545	7,7907	0,98	13,1136	22,5162	31,7709
0,49	3,3266	5,5837	7,8323	0,99	18,4432	31,6878	44,7196

Note. — f_1 = fréquence de résonance série fondamentale.
 f_3, f_5, f_7 = fréquences de résonance série sur les 3^e,
5^e et 7^e partiels.

TABLE IV

*Frequency ratio
tabulated as a function of coupling factor*

Note. — f_1 = fundamental series resonance frequency.
 f_3, f_5, f_7 = the third, fifth and seventh overtone series
resonance frequency.

TABLEAU V

*Rapports de fréquence en fonction
du coefficient de Poisson*

TABLE V

*Frequency ratios as functions of
Poisson's ratio*

Coefficient de Poisson Poisson's ratio	X_R	X/X_R			
		((2,1))	((1,1))	((3,1))	((2,2))
0,10	1,9154	0,8196	0,9009	1,2501	1,3882
0,11	1,9225	0,8121	0,8958	1,2392	1,3808
0,12	1,9296	0,8047	0,8906	1,2284	1,3734
0,13	1,9366	0,7973	0,8853	1,2176	1,3659
0,14	1,9436	0,7810	0,8800	1,2069	1,3583
0,15	1,9505	0,7827	0,8747	1,1962	1,3506
0,16	1,9574	0,7754	0,8693	1,1855	1,3428
0,17	1,9642	0,7682	0,8639	1,1749	1,3350
0,18	1,9710	0,7610	0,8584	1,1644	1,3271
0,19	1,9777	0,7539	0,8529	1,1538	1,3190
0,20	1,9844	0,7468	0,8474	1,1433	1,3110
0,21	1,9911	0,7397	0,8418	1,1328	1,3028
0,22	1,9977	0,7327	0,8361	1,1224	1,2946
0,23	2,0042	0,7257	0,8304	1,1120	1,2862
0,24	2,0107	0,7187	0,8247	1,1016	1,2778
0,25	2,0172	0,7117	0,8190	1,0912	1,2693
0,26	2,0236	0,7048	0,8131	1,0809	1,2607
0,27	2,0300	0,6979	0,8073	1,0706	1,2521
0,28	2,0363	0,6910	0,8014	1,0603	1,2434
0,29	2,0426	0,6841	0,7954	1,0500	1,2345
0,30	2,0489	0,6773	0,7894	1,0398	1,2256
0,31	2,0551	0,6704	0,7834	1,0296	1,2166
0,32	2,0612	0,6636	0,7773	1,0193	1,2076
0,33	2,0674	0,6568	0,7712	1,0091	1,1984
0,34	2,0735	0,6500	0,7650	0,9989	1,1891
0,35	2,0795	0,6437	0,7588	0,9888	1,1798
0,36	2,0855	0,6365	0,7525	0,9786	1,1704
0,37	2,0915	0,6298	0,7462	0,9684	1,1608
0,38	2,0974	0,6230	0,7399	0,9583	1,1512
0,39	2,1033	0,6163	0,7334	0,9481	1,1415
0,40	2,1092	0,6096	0,7269	0,9379	1,1316

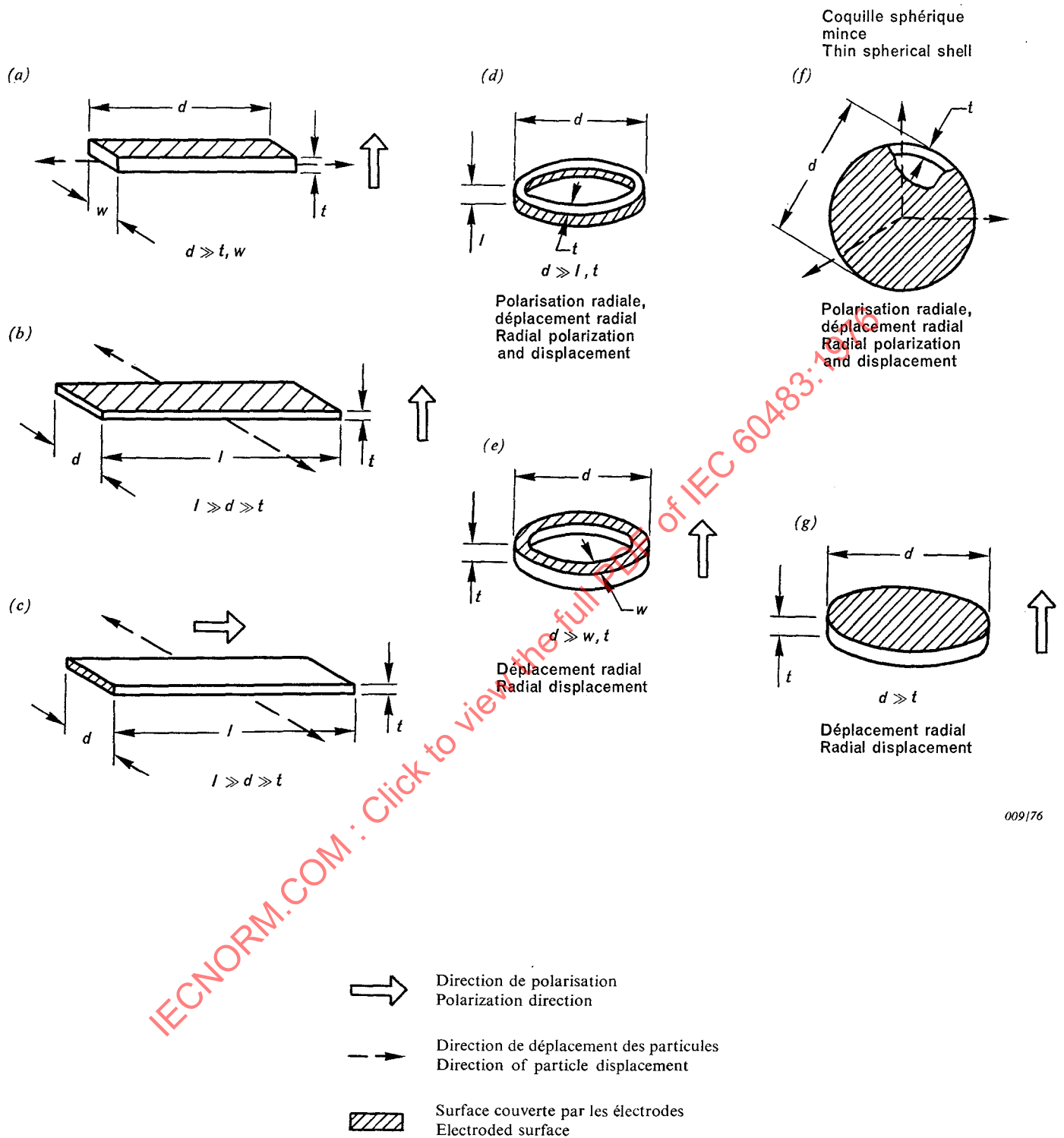


FIG. 1. — Résonateurs vibrant sur les modes piézoélectriquement non rigidifiés.
Resonators vibrating in piezoelectrically unstiffened modes.

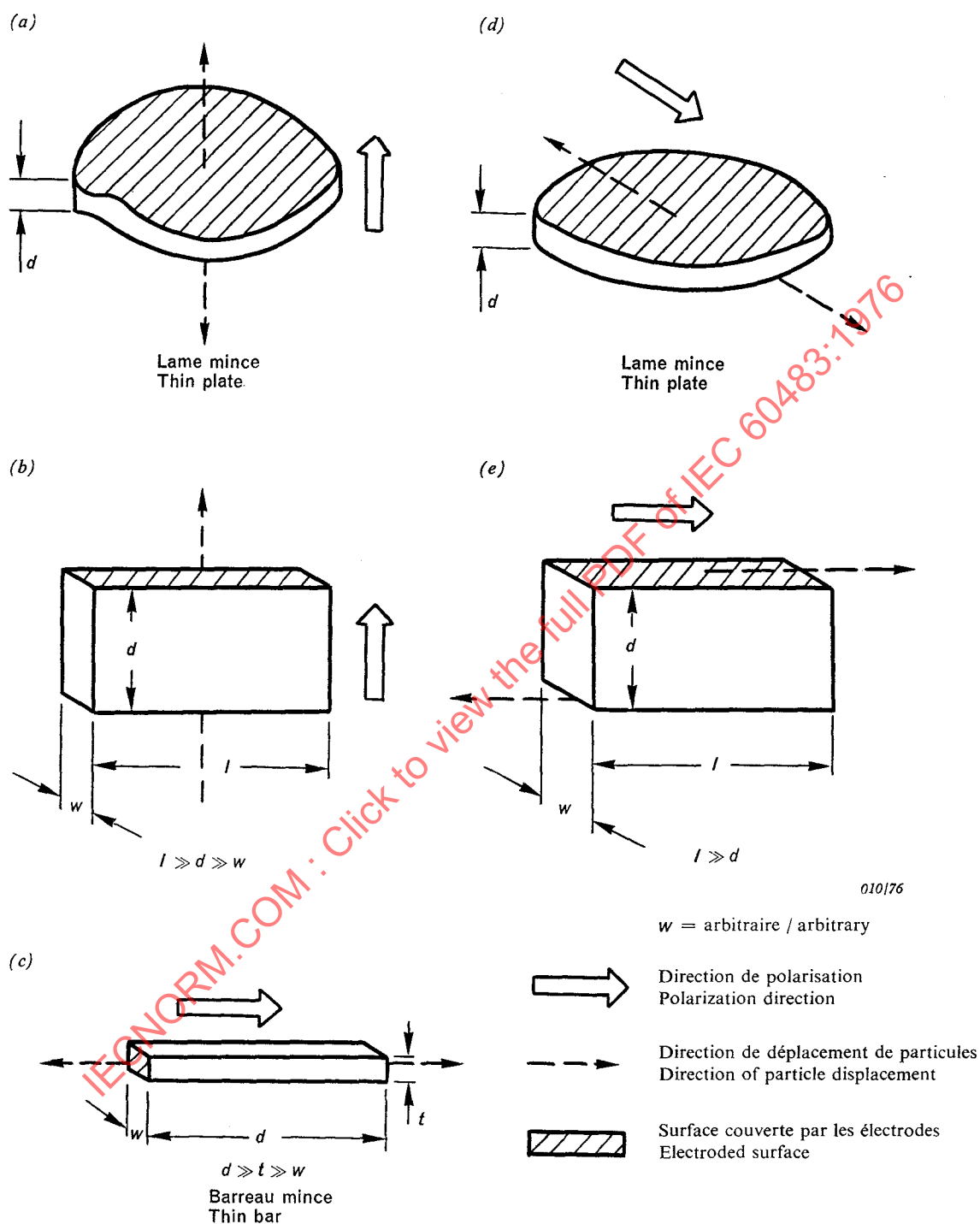


FIG. 2. — Résonateurs vibrant sur les modes piézoélectriquement rigidifiés.
Resonators vibrating in piezoelectrically stiffened modes.

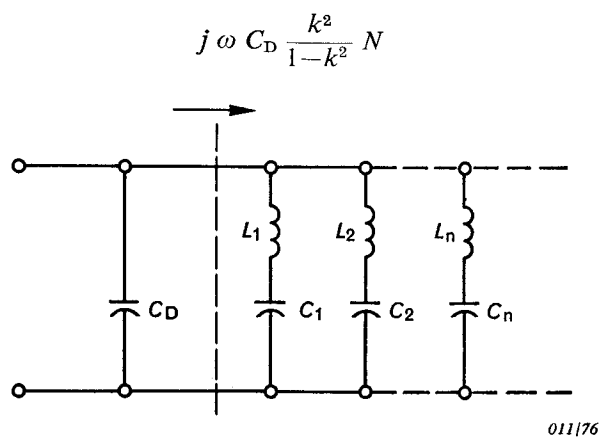


FIG. 3. — Circuit équivalent d'un résonateur vibrant sur le mode non rigidifié.
Equivalent circuit for a resonator vibrating in an unstiffened mode.

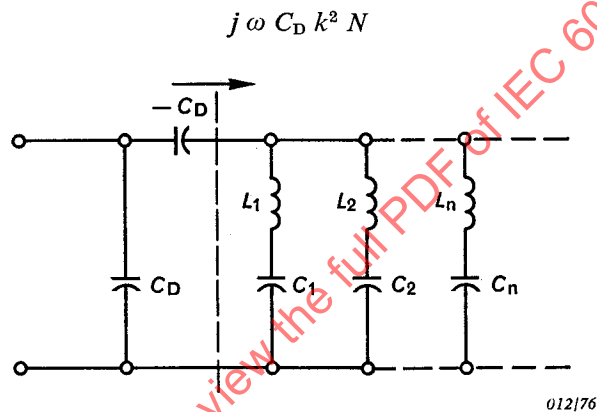


FIG. 4. — Circuit équivalent d'un résonateur vibrant sur le mode rigidifié.
Equivalent circuit for a resonator vibrating in a stiffened mode.

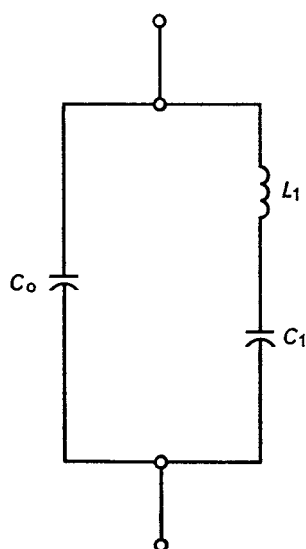


FIG. 5. — Circuit équivalent simplifié valable au voisinage de la fréquence de résonance seulement.
Simplified equivalent circuit that is valid only in the vicinity of resonance frequency.